الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية			
وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد	
تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم : 01			
المستوى:3 ثانوي	الشعبة: رياضيات	المادة : رياضيات	عدد الصفحات : 05
إعداد: دوادر رمضان/أستاذ التعليم الثانوي			

محاور الموضوع	عناصـــر الإجـــابة	العلامـــة	
		مجزأة	كاملة
التمرين الأول	1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$: $\Delta=-4=(2i)^2$ ، $z_1=\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{3}-i$	01.5 ن	06 ن
	2) نسمي A وB صورتي الحلين z_1 و z_2 على الترتيب . أ) الشكل المثلثي : $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	0.5 ن	
	$z_2=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	0.5 ن	
	ب) $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{2012}=\left(\cos\frac{2012\pi}{6}+i\sin\frac{2012\pi}{6}\right)$ $=\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$	01 ن	
	3) S التحويل النقطي الذي عبارته المركبة : $z'=e^{i\frac{2\pi}{3}}z$. أ) التحويل S دوران مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.	01 ن	
	ب) النقطة C صورة النقطة A بالتحويل S معناه $z_3=e^{i\frac{2\pi}{3}}z_1=e^{i\frac{2\pi}{3}}\times 2e^{i\frac{\pi}{6}}=2e^{i\frac{5\pi}{6}}=-\sqrt{3}+i$	0.5 ن	
	ج) $\frac{z_3-z_1}{z_2-z_1}=\frac{-\sqrt{3}+i-\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i}=\frac{-2\sqrt{3}}{-2i}=-i\sqrt{3}$	0.5 ن	
	نستنتج أن $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ ومنه المثلث ABC قائم في A .	0.5 ن	
التمرين الثاني	f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$. 1) دراسة تغيرات الدالة f :		07 ن
	$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5 ن	

$f'(x)=1+\frac{1}{(x+1)\sqrt{x+1}}$. — **0.5 ن**

إشارة $f'(x)$: $f'(x)>0$ من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$. — **0.5 ن**

- جدول تغيرات f .

x	-1 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

0.5 ن

2) أ) بما $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=-\infty$ نستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=-1$. — **0.25 ن**

بما أن $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{2}{\sqrt{x+1}}\right)=0$ نستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) معادلته $y=x$. — **0.25 ن**

ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D).

$f(x)-x=-\frac{2}{\sqrt{x+1}}<0$ ومنه (C_f) يقع تحت (D). — **0.25 ن**

3) أ) f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال (C_f) $[1,3;1,4]$ ولدينا $f(1,3)=-0,02<0$ و $f(1,4)=0,11>0$ نستنتج حسب مبرهنة القيم المتوسطة أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3<x_0<1,4$. — **0.5 ن**

ب) معادلة (Δ) مماس (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب:

$y=f'(0)x+f(0)$ ومنه $y=2x-1$ — **0.5 ن**

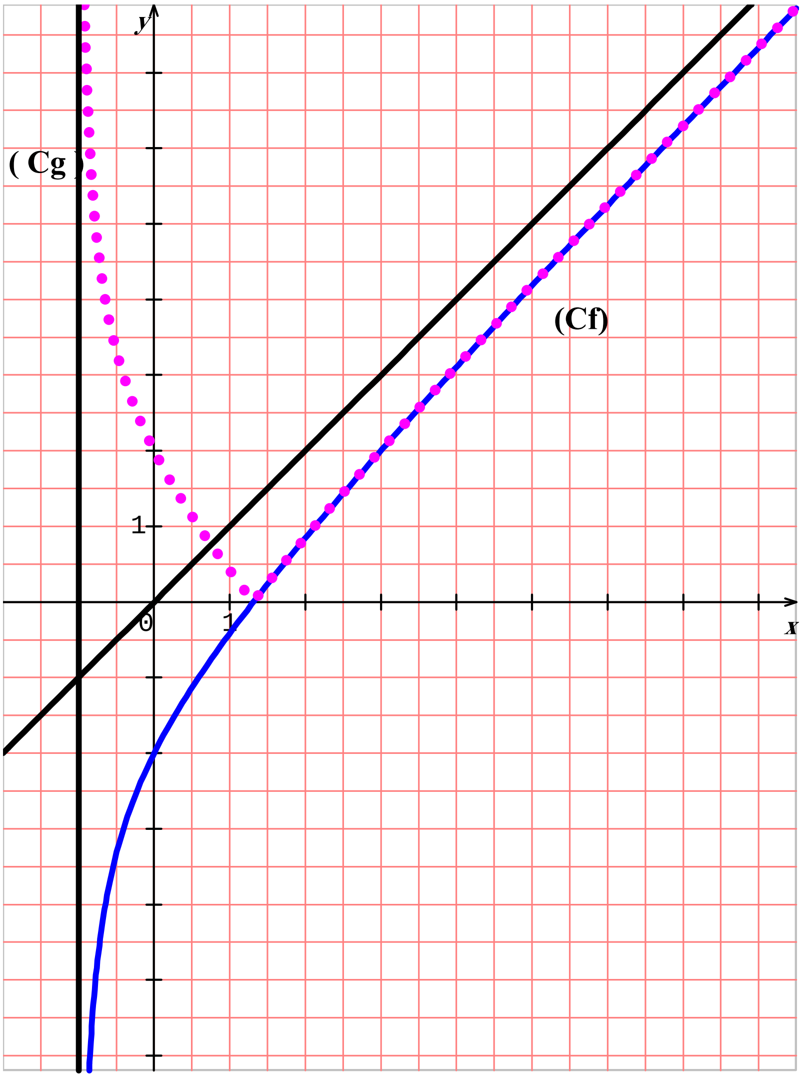
ج) رسم (Δ) و (C_f) . — **01.5 ن**

4) الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x هي الدالة F حيث:

$$F(x)=\int_0^x f(t)\,dt=\left[\frac{t^2}{2}-4\sqrt{t+1}\right]_0^x=\frac{x^2}{2}+4-4\sqrt{x+1}$$ — **0.5 ن**

5) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=|f(x)|$.

في المجال $[x_0;+\infty[$ يكون (C_g) منطبق على (C_f)، وفي المجال $]-1;x_0]$ يكون (C_g) و (C_f) متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل، رسم (C_g). — **0.5 ن**

	0.75 ن	6) حلول المعادلة $g(x)=m^2$ هي فواصل نقاط تقاطع $\left(C_g\right)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=m^2$. من أجل $m=0$: المعادلة تقبل حل وحيد موجب . من أجل $m\in\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}$: المعادلة تقبل حلان أحدهما معدوم والآخرموجب. من أجل $m\in\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$: المعادلة تقبل حلان موجبان. من أجل $m\in\left]-\infty;-\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2};+\infty\right[$: المعادلة تقبل حلان مختلفان في الإشارة .  	
07 ن	0.5 ن 0.5 ن	I. g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}+1$. 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=2$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=2$. $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} g(x)=\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0}(x+1)\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}+1=1$.	**التمرين الثالث**

2) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا $g'(x)=-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}\left(2+\frac{1}{x}\right)$. **0.25 ن**

إشارة $g'(x)$: من أجل $x\in\left]-\frac{1}{2};0\right[$ يكون $g'(x)>0$ و من أجل $x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ يكون $g'(x)<0$. **0.25 ن**

3) جدول تغيرات الدالة g .

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	||	-	
$g(x)$	2 ↘	0,86	↗ 1	||	$+\infty$ ↘	2

0.5 ن

4) $g\left(-\frac{1}{2}\right)=-e^{-2}+1\simeq 0,86$. **0.25 ن**

إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$: من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا $g(x)>0$. **0.25 ن**

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & ;x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

1) $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\left(\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}\right)=0=f(0)$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x\left(\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}\right)=0=f(0)$

ومنه f مستمرة عند القيمة $x_0=0$. **0.5 ن**

2) $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\left(\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}\right)=1$

و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\left(\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}\right)=0$.

نستنتج أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند القيمة $x_0=0$. **0.5 ن**

3) معادلة نصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) من اليسار: $(\Delta): y=x$ **0.25 ن**

معادلة نصف المماس (Δ') للمنحنى (C_f) من اليمين: $(\Delta'): y=0$ **0.25 ن**

4) أ) نضع $x=\dfrac{1}{t}$ نجد $t=\dfrac{1}{x}$

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)\right]=\lim_{t\to0}\left(\frac{1}{t\left(1+e^{t}\right)}-\frac{1}{2t}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=\lim_{t\to0}\left[\frac{1-e^{t}}{2t\left(1+e^{t}\right)}+\frac{1}{4}\right]=\lim_{t\to0}\left(\frac{e^{t}-1}{t}\right)\left[-\frac{1}{2\left(1+e^{t}\right)}+\frac{1}{4}\right]=0$$

0.5 ن — ب) ومنه $\left(C_f\right)$يقبل مستقيما مقاربا (D) معادلة له هي: $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}$.

0.25 ن — 5) أ) لكل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{1+e^{\frac{1}{x}}+\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^{2}}=\dfrac{g(x)}{\left(1+e^{\frac{1}{x}}\right)^{2}}$

0.5 ن — إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ ومنه $f'(x)>0$.

0.5 ن — ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

ج) جدول تغيرات الدالة f .

0.25 ن

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗		$+\infty$

6) إنشاء (Δ)، (Δ')، (D) و $\left(C_f\right)$.

01 ن