الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية			
وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد		
تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم :02			
المستوى:3 ثانوي	الشعبة : رياضيات	المادة : رياضيات	عدد الصفحات : 03
إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي			

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
التمرين الأول	**1)** أ) $8x-5y=3....(E)$ تكافئ $8x\equiv 3[5]$ ومنه $x\equiv 1[5]$.		**06 ن**
	أي $x=5\alpha+1$ وبالتعويض نجد $y=8\alpha+1$.		
	وتكون $(x;y)=(5\alpha+1;8\alpha+1)$ حيث $\alpha\in\mathbb{Z}$.	**01.5 ن**	
	ب) $\left.\begin{matrix}m=8p+1\\ m=5q+4\end{matrix}\right\}$ بالطرح نجد $8p-5q-3=0$ ومنه $8p-5q=3$		
	أي الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E).	**01 ن**	
	نستنتج أن $p=5\alpha+1$ ومنه $m=8p+1=40\alpha+9$ أي $m\equiv 9[40]$.	**0.5 ن**	
	ج) أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 :		
	$m>2000$ تكافئ $40\alpha+9>2000$ ومنه $\alpha>49,7$		
	أي $\alpha=50$ و $m=2009$	**01 ن**	
	2) أ) $2^3\equiv 1[7]$ ومنه من اجل كل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k}\equiv 1[7]$.	**0.5 ن**	
	ب) $2^{2009}=2^{3\times 669+2}=2^{3\times 669}\times 4\equiv 4[7]$ إذن باقي القسمة الاقليدية		
	للعدد 2^{2009} على 7 هو 4 .	**0.5 ن**	
	3) أ) $10^3+1\equiv 1001$ يقبل القسمة على 7 ومنه $10^3\equiv -1[7]$.	**0.5 ن**	
	ب) $n=1000a+b$.		
	في الحالة $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 2[7]$ معناه $a=2$ و $b=2$	**0.5 ن**	
	ومنه $n=2002$		
التمرين الثاني	$u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+3}$.		**07 ن**
	1) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $2\le u_n\le 3$.		
	من أجل $n=0$ لدينا $u_0=2$ إذن $2\le u_0\le 3$.		
	نفرض أن $2\le u_n\le 3$ ونبرهن أن $2\le u_{n+1}\le 3$		
	لدينا $2\le u_n\le 3$ تكافئ $\sqrt{7}\le\sqrt{2u_n+3}\le 3$ لأن الدالة f حيث		
	$f(x)=\sqrt{2x+3}$ متزايدة على المجال $[2;3]$.	**01.5 ن**	
	ومنه $\sqrt{7}\le u_{n+1}\le 3$ أي $2\le u_{n+1}\le 3$		

	01 ن	وبالتالي لكل $n \in N$ فإن : $2 \le u_n \le 3$.	
		2) أ) من أجل كل عدد طبيعي n :	
	0.5 ن	$u_{n+1} - u_n = \sqrt{2u_n + 3} - u_n = \frac{2u_n + 3 - u_n^{\,2}}{u_n + \sqrt{2u_n + 3}} = \frac{(3 - u_n)(1 + u_n)}{u_n + \sqrt{2u_n + 3}}$.	
	0.5 ن	ب) اتجاه تغير المتتالية (u_n) :من اجل $u_n \in [2;3]$ يكون $u_{n+1} - u_n \ge 0$	
		ومنه (u_n) متتالية متزايدة.	
		ج) المتتالية (u_n) متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى .	
		3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - u_{n+1} \le \frac{2}{3}(3 - u_n)$	
		من أجل $n = 0$ لدينا $3 - u_1 = 3 - \sqrt{7} = 0,35$	
		و $\frac{2}{3}(3 - u_0) = 0,66$. $3 - u_1 \le \frac{2}{3}(3 - u_0)$ إذن .	
		نفرض أن $3 - u_{n+1} \le \frac{2}{3}(3 - u_n)$ ونبرهن أن $3 - u_{n+2} \le \frac{2}{3}(3 - u_{n+1})$	
	01.5 ن	لدينا $3 - u_{n+2} = \frac{6 - 2u_{n+1}}{3 + \sqrt{2u_{n+1} + 3}} = \frac{2(3 - u_{n+1})}{3 + \sqrt{2u_{n+1} + 3}} \le \frac{2}{3}(3 - u_{n+1})$	
		ومنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - u_{n+1} \le \frac{2}{3}(3 - u_n)$.	
		ب) استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - u_n \le \left(\frac{2}{3}\right)^n$ بالتراجع :	
		من أجل $n = 0$ لدينا $3 - u_0 = 1$ و $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ إذن $3 - u_0 \le \left(\frac{2}{3}\right)^0$	
		نفرض أن $3 - u_n \le \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ونبرهن أن $3 - u_{n+1} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$	
		لدينا $3 - u_{n+1} \le \frac{2}{3}(3 - u_n)$ و $\frac{2}{3}(3 - u_n) \le \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$	
		نستنتج أن $3 - u_{n+1} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$	
	01.5 ن	ومنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - u_n \le \left(\frac{2}{3}\right)^n$.	
	0.5 ن	$0 \le 3 - u_n \le \left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ نستنتج أن $\lim_{n \to +\infty} (3 - u_n) = 0$	
		ومنه $\lim_{n \to +\infty} u_n = 3$	

التمرين الثالث		$A(2;0;1)$ ، $B(-2;1;0)$ و $C(1;-1;4)$.	**07 ن**
	01 ن	1) $\overrightarrow{AB}(-4;1;-1)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;-1;3)$ غير مرتبطان خطيا ومنه النقط A ، B و C ليست في استقامية .	
	01 ن		
	0.5 ن	2) طبيعة المثلث ABC : $AB=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ، $AC=\sqrt{11}$ و $Bc=\sqrt{29}$	
		لدينا $AB^2+AC^2=BC^2$ ومنه المثلث ABC قائم في A .	
	01 ن	مساحته : $S=\dfrac{AB\times AC}{2}=\dfrac{3\sqrt{22}}{2}$.	
	0.5 ن	3) $\vec{n}(2;13;5)$ عمودي على كل من $\overrightarrow{AB}(-4;1;-1)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;-1;3)$	
		فهو شعاع ناظمي للمستوي (ABC)	
		معادلة للمستوي (ABC) هي: $2x+13y+5z-9=0$	
	0.5 ن	4) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و يعامد (ABC) :	
		$\begin{cases} x=2t \\ y=13t \\ z=5t \end{cases} ; t\in R$	
		5) H المسقط العمودي لمبدأ المعلم O على المستوي (ABC) هي تقاطع (Δ) و (ABC).	
	01 ن	نحل الجملة: $\begin{cases} x=2t....(1) \\ y=13t.....(2) \\ z=5t.....(3) \\ 2x+13y+5z-9=0 \quad (4) \end{cases}$ بتعويض (1) و (2)	
		و (3) في (4) نجد $198t-9=0$ ومنه $t=\dfrac{1}{22}$ إذن $H\left(\dfrac{1}{11};\dfrac{13}{22};\dfrac{5}{22}\right)$.	
	0.5 ن	حساب المسافة OH بطريقتين مختلفتين :	
	0.5 ن	الطريقة الأولى : $OH=\sqrt{\dfrac{4+169+25}{22^2}}=\dfrac{\sqrt{198}}{22}=\dfrac{3\sqrt{22}}{22}$.	
		الطريقة الثانية :	
	0.5 ن	$OH=d\left(O;(ABC)\right)=\dfrac{\lvert-9\rvert}{\sqrt{4+169+25}}=\dfrac{9}{\sqrt{198}}=\dfrac{3\sqrt{22}}{22}$	
		6) حجم رباعي الوجوه $OABC$:	
		$V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}\times OH=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3\sqrt{22}}{2}\times\dfrac{3\sqrt{22}}{22}=\dfrac{3}{2}$	