الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد**

تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم :03

المستوى:3 ثانوي	الشعبة : رياضيات	المادة : رياضيات	عدد الصفحات : 04

إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي

محاور الموضوع	عناصـــر الإجــــابة	العلامـــة مجزأة	العلامـــة كاملة
التمرين الأول	1) أ) باقي قسمة 6^{10} على 11 هو1 باقي قسمة 6^4 على 5 هو1 . ب) $6^{40}=\left(6^{10}\right)^4\equiv1[11]$ و $6^{40}=\left(6^4\right)^{10}\equiv1[5]$. ج) $6^{40}-1\equiv0[11]$ و $6^{40}-1\equiv0[5]$ و $p\gcd(11;5)=1$ نستنتج أن $6^{40}-1\equiv0[55]$ أي $6^{40}\equiv1[55]$ 2) x و y عددان صحيحان نسبيان. أ) $p\gcd(65;40)=5$ و 5 لا يقسم 1 ومنه المعادلة $65x-40y=1..........(E)$ لا تقبل حلا في $\mathbb{Z}^2$. ب) $p\gcd(17;40)=1$ و 1يقسم 1 ومنه المعادلة $17x-40y=1..........(E')$ تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{Z}^2$. ج) $17(-7)-40(-3)=1$ ومنه الثنائية $(-7;-3)$ هي حلا خاصا للمعادلة (E') . د) مجموعة حلول المعادلة (E'): $S=\{(40k-7;17k-3)\}$ مع $k\in\mathbb{Z}$ $\left.\begin{matrix}17x_0\equiv1[40]\\0<x_0<40\end{matrix}\right\}$ تكافئ $\left.\begin{matrix}17x_0-40y_0\equiv1\\0<x_0<40\end{matrix}\right\}$ ومنه $0<40k-7<40$ أي $0,17<k<1,17$ ومنه $k=1$ أي $x_0=33$. 3) $\left.\begin{matrix}a^{40}\equiv1[55]\\a^{17}\equiv b[55]\end{matrix}\right\}$ ومنه $\left.\begin{matrix}a^{560}\equiv1[55]\\a^{561}\equiv b^{33}[55]\end{matrix}\right\}$ إذن $b^{33}\equiv a[55]$.	01 ن 01 ن 0.5 ن 0.5 ن 0.5 ن 0.5 ن 0.5 ن 0.75 ن 0.75 ن	06 ن
التمرين الثاني	1) إحداثيات النقط B، D ، F و E : $B(2;0;0)$ ، $D(0;6;0)$ ، $F(2;0;4)$ و $E(0;0;4)$ التحقق حسابيا من إحداثيات النقط I ، J و K :	02 ن	07 ن

	0.5 ن	$I\left(\frac{0+2}{2};\frac{0+0}{2};\frac{4+4}{2}\right)$ ومنه $I(1;0;4)$.	
	0.5 ن	$J\left(\frac{2+2}{2};\frac{0+0}{2};\frac{4+0}{2}\right)$ ومنه $J(2;0;2)$.	
	0.5 ن	$K\left(\frac{0+0}{2};\frac{0+6}{2};\frac{0+0}{2}\right)$ ومنه $K(0;3;0)$.	
		2) (P_1) المستوي الذي معادلته $y=0$ و (P_2) المستوي الذي معادلته $2x+z=6$.	
	0.25 ن	أ) مركبات $\overrightarrow{n_1}$ الشعاع الناظمي للمستوي (P_1) هي: $\overrightarrow{n_1}(0;1;0)$.	
	0.25 ن	مركبات $\overrightarrow{n_2}$ الشعاع الناظمي للمستوي (P_2) هي: $\overrightarrow{n_2}(2;0;1)$.	
	0.25 ن	ب) $\overrightarrow{n_1}$ و $\overrightarrow{n_2}$ غير مرتبطان خطيا نستنتج أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعان .	
	0.5 ن	ج) النقطتان I و J تنتميان إلى كل من المستويين (P_1) و (P_2) ومنه تقاطع (P_1) و (P_2) هو المستقيم (IJ) .	
	0.5 ن	3) أ) الشعاع $\vec{n}(2;2;1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{IJ}(1;0;-2)$ و $\overrightarrow{IK}(-1;3;-4)$ فهو شعاع ناظمي للمستوي (IJK).	
	0.25 ن	ب) معادلة ديكارتية للمستوي (IJK) هي: $2x+2y+z-6=0$	
		4) نعتبر سطح الكرة (S) ذو المركز F ونصف القطر 1 .	
	0.25 ن	أ) المسافة بين النقطة F والمستوي (IJK) هي: $d(F;(IJK))=\frac{\lvert 4+0+4-6\rvert}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{2}{3}$	
	0.25 ن	ب) بما أن $d(F;(IJK))<R=1$ فإن (S) يقطع (IJK) في دائرة (C).	
		ج) إحداثيات مركز الدائرة (C) هي حل الجملة : $\begin{cases}2x+2y+z-6=0\\x=2+2t\\y=2t\\z=4+t\end{cases}$ بتعويض (2) و (3) و (4) في (1) نجد $t=-\frac{2}{9}$	
	0.5 ن	ومنه مركز الدائرة هو $H\left(\frac{14}{9};-\frac{4}{9};\frac{34}{9}\right)$.	
	0.5 ن	نصف قطر الدائرة (C): $r=\sqrt{R^2-FH^2}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.	

التمرين الثالث — **07 ن**

الدالة g معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{x}-3-\ln x$.

1) دراسة تغيرات g .

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}-3-\ln x\right)=-\infty$. — **0.5 ن**

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\left(\frac{1}{x}-3-\ln x\right)=+\infty$ — **0.5 ن**

$g'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}<0$ — **0.5 ن**

ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$. — **0.5 ن**

جدول التغيرات :

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	-
$g(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$

0.5 ن

2) g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0,25;0,5]$

ولدينا $g(0,25)=2,38>0$ و $g(0,5)=-0,3<0$ نستنتج حسب مبرهنة القيم المتوسطة أن للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث $0,25<\alpha<0,5$. — **0.75 ن**

3) إنشاء المنحنى (C_g) . — **01 ن**

4) حساب بدلالة α، $I=\int_{0,25}^{\alpha}\ln x\,dx$ باستعمال المكاملة بالتجزئة:

نضع $\left.\begin{matrix}u(x)\equiv\ln x\\ v'(x)\equiv 1\end{matrix}\right\}$ نجد $\left.\begin{matrix}u'(x)\equiv\frac{1}{x}\\ v(x)\equiv x\end{matrix}\right\}$

لدينا $\int_{0,25}^{\alpha}u(x).v'(x)\,dx=\left[u(x).v(x)\right]_{0,25}^{\alpha}-\int_{0,25}^{\alpha}u'(x).v(x)\,dx$

ومنه $I=\int_{0,25}^{\alpha}\ln x\,dx=\left[x\ln x\right]_{0,25}^{\alpha}-\int_{0,25}^{\alpha}1\,dx=\left[x\ln x-x\right]_{0,25}^{\alpha}$

$=\alpha\ln\alpha-\alpha+\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{4}$ — **01 ن**

5) حساب التكامل $J=\int_{0,25}^{\alpha} g(x)\,dx$:

0.75 ن

$$J=\int_{0,25}^{\alpha} g(x)\,dx=\int_{0,25}^{\alpha}\frac{1}{x}-3\,dx-I=\left[\ln x-3x\right]_{0,25}^{\alpha}-I$$

$$=\ln\alpha-3\alpha+2\ln 2+\frac{3}{4}-\alpha\ln\alpha+\alpha-\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{4}$$

$$=(1-\alpha)\ln\alpha-2\alpha+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\ln 2$$

6) إثبات أن: $J=\alpha+\frac{1}{\alpha}-\frac{7}{2}+\frac{3}{2}\ln 2$:

0.5 ن

لدينا $g(\alpha)=0$ ومنه $\ln\alpha=\frac{1}{\alpha}-3$.

عندئذ

$$J=(1-\alpha)\left(\frac{1}{\alpha}-3\right)-2\alpha+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\ln 2=\alpha+\frac{1}{\alpha}-\frac{7}{2}+\frac{3}{2}\ln 2$$

0.5 ن

7) مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=0,25$ ، $y=0$ و $x=\alpha$.

$$S=\int_{0,25}^{\alpha} g(x)\,dx=\alpha+\frac{1}{\alpha}-\frac{7}{2}+\frac{3}{2}\ln 2\ cm^2$$