

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التعريف الأول: (04 نقاط)

ك الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$.
اختر الجواب الصحيح من بين الأجابة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج	
0 و $\ln 2$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 3$	1 حل المعادلة $f(x) = 0$ هما
$-\infty$	$+\infty$	-3	2 نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي
متزايدة تماما	متناقصة تماما	ليست رتيبة	3 على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2}; +\infty\right]$ الدالة f
1	2	-1	4 m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0; 2]$ ، منور m إلى الوحدة هو :

التعريف الثاني: (04,5 نقطة)

(V_n) متتالية هندسية حدودها موجبة ومعرفة على \mathbb{N} بحذاها الأول $V_0 = 18$ والملاقة: $V_0 + V_1 + V_2 = 38$.

1/ بين أن أساس المتتالية (V_n) هو $q = \frac{2}{3}$.

2/ أ) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (V_n) .

ج) احسب نهاية (V_n) .

3/ نضع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$.

أ) احسب S_n بدلالة n ثم استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.

ب) جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n = \frac{3510}{81}$.

التعريف الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 500 تلميذ في إحدى الثانويات.

التلميذ	ذكور	إناث
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي H الحادثة: "التلميذ المختار ذكرا"، F الحادثة: "التلميذ المختار أنثى"،

S الحادثة: "التلميذ يملك هاتفنا نقالا"، \bar{S} الحادثة: "التلميذ لا يملك هاتفنا نقالا".

(1) شكّل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة.

(2) احسب احتمال الحوادث التالية:

(أ) التلميذ المختار أنثى وتملك هاتفنا نقالا.

(ب) التلميذ المختار لا يملك هاتفنا نقالا.

(3) نفرض أن التلميذ المختار لا يملك هاتفنا نقالا. ما هو احتمال أن يكون هذا التلميذ ذكرا؟

التعريف الرابع: (07,5 نقطة)

(1) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = ax + b + \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(1) عيّن a و b بحيث: $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$.

(2) نضع: $g(x) = x + 1 + \ln x$.

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

ب- لدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً حقيقيا وحيدا α حيث: $0,2 < \alpha < 0,3$.

د- حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$.

(C_r) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعطى المتعامد والمتجانس $(0; \bar{i}, \bar{j})$.

(1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (يُعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$).

(3) تحقق أن: $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) احسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم ارسم (C_r) على المجال $]0; 5]$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يبين كمية الإنتاج السنوي بالآلاف الأطنان من البطاطا لتعاونية فلاحية ما بين سنتي 2010 و 2015.

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
كمية المنتوج بالآلاف الأطنان y_i	25	30	33	42	48	55

- 1) مثل سحابة النقط $(x_i; y_i)$ في معلم متعامد و ومتجانس حيث على محور الفواصل كل $1cm$ يمثل سنة واحدة و على محور الترتيب كل $1cm$ يمثل 10 آلاف طن.
- 2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم علمها.
- 3) أ- اكتب معادلة من الشكل $y = ax + b$ والمستقيم الأشد بالمرعبات الدنيا. (تقريب a و b إلى 10^{-2}).
ب- أنشئ المستقيم (Δ) .
- 4) باستعمال هذا التعديل:
أ- احسب كمية إنتاج التعاونية سنة 2020.
ب- في أي سنة يتجاوز الإنتاج 120 ألف طن ؟

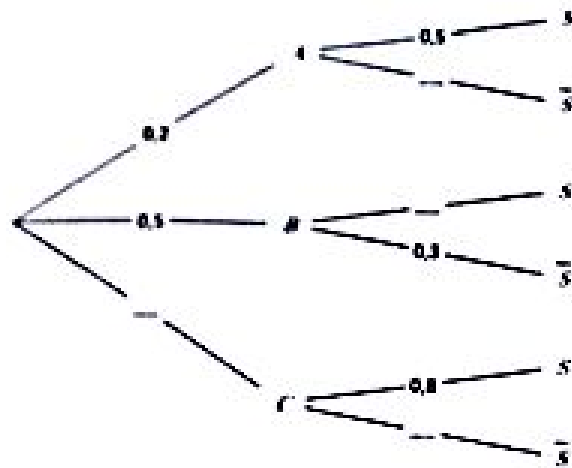
التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على N بـ: $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = \frac{4}{7}U_n + \frac{3}{7}$.

- 1) احسب الحدين U_1 و U_2 .
- 2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n > 1$.
ب- بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما.
ج- ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (U_n) ؟
- 3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على N بـ: $V_n = U_n - 1$.
أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية مُعينا أساسها و حدّها الأول.
ب- اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n, U_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.
ج- احسب نهاية (U_n) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- وكالة أسفار تقترح على زبائنها ثلاث وجهات A, B و C .
- 20% من الزبائن اختاروا الوجهة A ، 50% اختاروا الوجهة B والباقي اختار الوجهة C .
- عند العودة من السفر أجرت الوكالة استجوابا لزبائنها حول مدى إعجابهم بالوجهة واستنتجت ما يلي:
- 50% من أصحاب الوجهة A كانوا معجبين بها.
- 30% من أصحاب الوجهة B كانوا غير معجبين بها.
- 80% من أصحاب الوجهة C كانوا معجبين بها.



نختار عشوائياً أحد الزيتان ونسجل الحوادث التالية:

S : الزيتون معجب بالوجهة المفضرة

و \bar{S} : الزيتون غير معجب بالوجهة المفضرة.

(1) نقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكمل القيم الناقصة.

(2) أ- احسب احتمالات الحوادث الآتية:

$$C \cap S, B \cap S, A \cap S$$

ب- استنتج احتمال أن يكون الزيتون معجب بالوجهة

المفضرة.

(3) نستجوب زيتونا غير معجب بالوجهة المفضرة،

ما احتمال أن يكون من أصناف الوجة B ؟

التصنيف الرابع: (07 نقاط)

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (تُعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$).

(2) لدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ تم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1,4 < \alpha < 1,5$.

(4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (2x - 4) \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ لخصر النتيجة هتنبيا.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(4) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

ب- أُنشئ (T) و (C_f). (تُعطى: $f(\alpha) \approx -0,41$).

(5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = (x^2 - 4x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$.

أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x = 1, y = 0 \text{ و } x = 2$$