الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: 2016

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

## الموضوع الأول

**يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5).**

### التمرين الأول: (04,5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(2;-1;1)$ ، $C(-1;0;1)$ ، $D\left(\frac{1}{2};2;-\frac{1}{2}\right)$ ، $E(0;1;1)$ ، $H\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4};-\frac{1}{2}\right)$

و المستوي $(P)$ المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=1+\alpha+\beta \\ y=2-\alpha \\ z=-1+2\alpha-\beta \end{cases}$ ، $\alpha$ و $\beta$ وسيطان حقيقيان.

1) أ) بين أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;3;5)$ ناظمي للمستوي $(ABC)$ ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

2) أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ ثم بين أن المستويين $(ABC)$ و $(P)$ متقاطعان.

ب) نسمي $(\Delta)$ مستقيم تقاطع المستويين $(ABC)$ و $(P)$.

- تحقق أن النقطة $D$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$ و أن $\vec{u}(-3;1;0)$ شعاع توجيه للمستقيم $(\Delta)$.

جـ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$.

د) بين أن النقطة $H$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستقيم $(\Delta)$ ثم استنتج المسافة بين $A$ و $(\Delta)$.

3) $G$ مرجح الجملة المثقلة: $\{(A,2);(B,-3);(C,2)\}$.

نسمي $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{GM}=11$ .

أ) عين إحداثيات النقطة $G$.

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة $(\Gamma)$ ثم بين أنها سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

جـ) حدد الوضعية النسبية للمستوي $(ABC)$ و المجموعة $(\Gamma)$.

### التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

$(u_n)$ متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدها الأول $u_1$ و أساسها $q$ حيث: $\begin{cases} \ln(u_1)+\ln(u_3)=11 \\ u_1+u_3=e^{4}(1+e^{3}) \end{cases}$

1) احسب $u_1$ و $u_3$ ثم استنتج قيمة الأساس $q$ .

2) نضع: $u_1=e^{\beta}$ و $q=e^{\alpha}$ .

أ) عبر عن $u_n$ بدلالة $n$.

ب) نضع: $S_n=\ln(u_1)+\ln(u_2)+\ln(u_3)+\dots+\ln(u_n)$ ، احسب $S_n$ بدلالة $n$ .

3) من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $a_n = n+3$.

أ) بين أن: $PGCD(2S_n, a_n) = PGCD(a_n, 14)$.

ب) عين القيم الممكنة لـ: $PGCD(2S_n, a_n)$ .

جـ) عين قيم الأعداد الطبيعية $n$ التي من أجلها: $PGCD(2S_n, a_n) = 7$.

4) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $2^n$ على 7.

5) نضع: $b_n = 3na_n - 2S_n + 1437^{2016} + 1$.

عين قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون: $\begin{cases} b_n \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[3] \end{cases}$.

6) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، العدد $\left(1437^{6n+1} - 3\times 4^{12n+1} + 52\right)$ يقبل القسمة على 7.

<u>التمرين الثالث</u>: (04,5 نقطة)

1) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$.

ب) استنتج حلول المعادلة ذات المجهول المركب $z$ الآتية: $\left(z+1+i\left(1-\sqrt{3}\right)\right)^2 - 4z + 1 - 4i\left(1-\sqrt{3}\right) = 0$.

2) $\theta$ عدد حقيقي حيث : $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ و $z_0$ عدد مركب طويلته 1 و $\theta$ عمدة له .

أ) اكتب العدد المركب $1+i\sqrt{3}$ على الشكل الأسي.

ب) عين $\theta$ علما أن: $\frac{z_0\left(1+i\sqrt{3}\right)}{\overline{z_0}} = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ . ( $\overline{z_0}$ هو مرافق العدد المركب $z_0$ ).

جـ) $n$ عدد طبيعي. من أجل قيمة $\theta$ المتحصل عليها، اكتب العدد المركب $\left[\frac{z_0\left(1+i\sqrt{3}\right)}{2}\right]^n$ على الشكل المثلثي.

د) عين قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون $\left[\frac{z_0\left(1+i\sqrt{3}\right)}{2}\right]^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

3) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ حيث: $z_A = 2-i$ ، $z_B = 2+i$ و $z_C = 1+i\sqrt{3}$.

أ) عين $z_D$ لاحقة النقطة $D$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$.

ب) استنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

جـ) $E$ النقطة من المستوي المركب ذات اللاحقة $z_E$ حيث: $\begin{cases} \arg(z_E - z_A) - \arg(z_E - z_B) = \frac{\pi}{2} \\ \left|\frac{z_E - z_A}{z_E - z_B}\right| = 2 \end{cases}$.

- بين أن : $z_E = \frac{14}{5} + \frac{3}{5}i$.
- بين أن النقطة $A$ هي صورة النقطة $B$ بتشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة.

4) $M$ نقطة من المستوي المركب لاحقتها $z$ ، النقطة $I$ منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

أ) عين $z_I$ لاحقة النقطة $I$ .

ب) $\alpha$ عدد حقيقي، نسمي $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي المركب التي تحقق: $z - z_I = e^{i\alpha}$ .

- تحقق أن النقطة $E$ تنتمي إلى المجموعة $(\Gamma)$.
- عين طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ و عناصرها المميزة عندما يتغير $\alpha$ في $\mathbb{R}$ .

**التمرين الرابع: (06,5 نقطة)**

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+x^2+2\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$.

2) بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0,52;0,53[$ حلاً وحيدا $\alpha$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{3+2\ln x}{x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة $f$.

جـ) تحقق أنّ: $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم عيّن حصرا له.

3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل $(\Delta)$.

جـ) بيّن أنّ $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

4) نقبل أنّ $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $x_0$ و $x_1$ حيث:

$2,11<x_1<2,13$ و $0,22<x_0<0,23$

أنشئ $(T)$، $(\Delta)$ و $(C_f)$.

5) $m$ وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم $m$، عدد حلول المعادلة: $3+2\ln x-mx=0$.

III) من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $u_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}[f(x)+x]dx$.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n>0$.

2) أعط تفسيرا هندسيا للعدد $u_0$.

3) احسب $u_n$ بدلالة $n$.

4) نضع: $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$. احسب $S_n$ بدلالة $n$.

انتهى الموضوع الأ