مسابقة توظيف أساتذة التعليم الثانوي. ﴿ دورة 2001 ﴾

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 3 ساعات.

التمرين الأول : (04 نقاط).

α وسيط حقيقي من مجال $[0,1]$ لتكن f_α الدّالة ذات المتغير الحقيقي و المعرفة كما يلي :

$f_\alpha(x)=\sqrt{x+\sqrt{|2x-\alpha|}}+\sqrt{x-\sqrt{|2x-\alpha|}}$.

1. عيّن مجموعة التعريف لل دلة f_α .
2. حل و ناقش حسب الوسيط الحقيقي α المعادلة $f_\alpha(x)=\sqrt{2}$.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، λ عدد حقيقي معطى

(Γ_λ) مجموعة النقط $N(x,y)$ المعرفة بالمعادلة التالية :

$\lambda x^2+(\lambda+1)y^2+2\lambda x-\lambda^2=0$.

1. عيّن (Γ_λ) المجموعة و عناصرها الهندسية المميزة عندما تتغير λ على مجموعة الأعداد الحقيقية.
2. نعتبر $\lambda=1$ ، N نقطة من المجموعة لاحقتها العدد المركب z و θ قيس رئيسي لعمدة العدد z .
   - عيّن طويلة العدد المركب z بدّلالة x فاصلة النقطة N .
   - عيّن العدد المركب z بدّلالة θ.
   - N',N'' نقطتان من (Γ_1) ، لاحقيهما على الترتيب العددين z',z'' بحيث :

$arg\, z' \equiv \theta[2\pi],\ arg\, z'' \equiv (\theta+\pi)[2\pi]$.

   - عيّن طويلة الشعاع $\left\|\overrightarrow{N'N''}\right\|$ بدّلالة θ.

المسألة: (08 نقاط)

من أجل كل عدد حقيقي λ نعرف دالة عددية f_λ ذات المتغير الحقيقي x كما يلي :

$f_\lambda(x)=\frac{1}{2}\lambda x|x|+ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$: (يرمز ln إلى اللوغاريتم النيبري).

I. المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيّن أنّ الدّالة f_λ دالة فردية.
2. ناقش حسب قيم λ جهة تغير الدّالة f_λ .

احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_\lambda(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f_\lambda(x)$.

II. في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ،ليكن المنحنى (Ω_0) الممثل للدالة f_0 .

1. أدرس تغيرات الدّالة f_0 .
2. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (Ω_0).
3. ليكن (Δ) المماس للمنحني (Ω_0) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.
   - أدرس وضعية المنحنى (Ω_0) بالنسبة للمستقيم (Δ).
4. أنشئ المنحنى (Ω_0).
5. احسب المساحة δ للحيز المستوي المحدد بمنحني الدّالة f_0 و بحامل محور الفواصل و بالمستقيم الذي معادلته $x=1$.

III. نرمز للدّالة العكسية للدّالة f_0 بالدّالة h.

1. عيّن $h(x)$ بدّلالة x .
2. عيّن $h(3x)$, $h(2x)$ بدّلالة $h(x)$.
3. لتكن المتتالية المعرّفة بـ : $U_{n+1}=h(U_n)$,$\forall n\mathbb{N}$: $U_0=1$.
   - احسب U_n بدّلالة n .