

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- 1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ على العدد 5.
- 2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $2^{4n} \equiv 1 \pmod{5}$.
- ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5.
- 3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $2^{2016} + 2 + n \equiv 0 \pmod{5}$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_n = 3n - 2$.

- 1) احسب u_0, u_1, u_2 و u_3 .
- 2) بيّن أن المتتالية (u_n) حسابية و عيّن أساسها.
- 3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- 4) بيّن أن العدد 1954 حدّ من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته.
- 5) أ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
- ب) عيّن العدد n بحيث يكون: $S_n = 328$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

تكن f دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{4-x}{x+1}$.

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما -5. يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4) أنشئ المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنى (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.
ج) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .
د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9 .
- (2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1[9]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) التي أساسها 3 وحدها الأول u_0 وتحقق: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$.
- (1) احسب الحد الأول u_0 .
 - (2) اكتب الحد العام u_n بدلالة n .
 - (3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_n = 145$.
 - (4) احسب المجموع S بحيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{49}$.
 - (5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 3$.
احسب المجموع S' بحيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{49}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
- (C_r) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - (2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (3x-3)(x-3)$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .
 - (3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_r) عند النقطة E ذات الفاصلة 2 .
ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (-3x + 8) = (x-2)^3$.
ج) استنتج وضعية المنحنى (C_r) بالنسبة إلى المماس (T) .
د) بزر أن E نقطة انعطاف للمنحنى (C_r) .
 - (4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x-3)^2$.
ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_r) مع حامل محور الفواصل .
 - (5) احسب $f(4)$ ثم أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_r) .